

【三角数を使う問題】

問題番号9-1-①

下のように、あるきまりにしたがって数を並べます。

1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ……

(1) 10番目の数字はいくつですか。

(2) 13番目の数字はいくつですか。

$$\begin{aligned}
 1 &= 1 \\
 3 &= 1+2 \\
 6 &= 1+2+3 \\
 10 &= 1+2+3+4 \\
 15 &= 1+2+3+4+5 \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

このおなじ数(1,3,6,…)を三角数といいますが

(1) 10番目は1~10まで加えた和、 $1+2+3+\dots+10=55$

(2) 13番目は1~13まで加えた和、 $1+2+3+\dots+13 = \frac{(1+13) \times 13}{2} = 91$

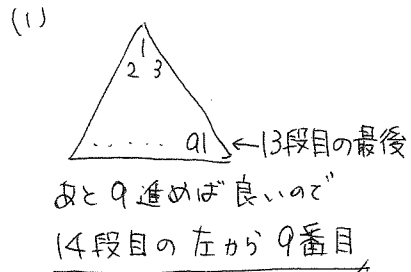
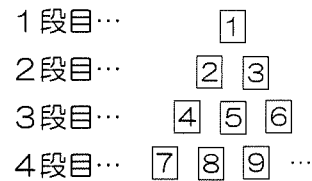
* $1+2+3+\dots$ として100を作る時、 $1+2+3+\dots+13=91$ なので、 $1+2+3+\dots+12+13+9$ とするのがよくなるかと覚えておこう!!

問題番号9-1-②

右のようにあるきまりにしたがって整数が書かれたカードを並べました。

(1) 100は何段目の左から何番目にありますか。

(2) 20段目にある数をすべて加えると、その和はいくつになりますか。



(2) 20段目には20コの数が並ぶ。

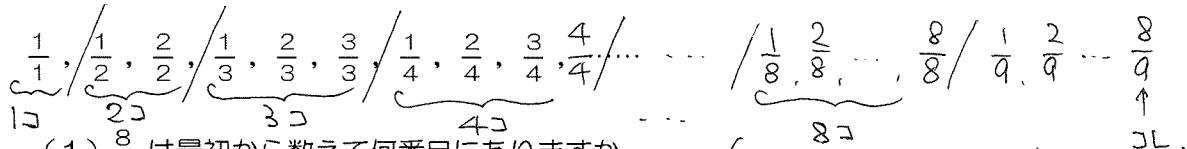
20段目の最後 = $1+2+3+\dots+20 = 210$

20段目の最初 = 19段目の最後 + 1 = $\frac{(1+19) \times 19}{2} + 1 = 191$

全て加えると $191+192+\dots+210 = \frac{(191+210) \times 20}{2} = 4010$

問題番号9-1-③ 挑戦しよう!

あるきまりにしたがって、下のように分数を並べました。



(1) $\frac{8}{9}$ は最初から数えて何番目にありますか。

$\frac{1}{8} + \frac{2}{8} + \dots + \frac{8}{8} = \frac{36}{8} = 4.5$

(2) $\frac{1}{1}$ から $\frac{8}{9}$ までを全て加えた和はいくつになりますか。

(1) 上のように、1コ, 2コ, 3コ, ..., 8コ があわせて $(\frac{1}{8} \sim \frac{8}{8})$ 、さらに8コ進むと $\frac{8}{9}$ になる。

$(1+2+3+4+5+6+7+8) + 8 = 36 + 8 = 44$ 番目

(2) $\frac{1}{1} = 1$, $\frac{1}{2} + \frac{2}{2} = 1.5$, $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} + \frac{3}{3} = 2$.

のように、グループごとの和は差が0.5の等差数列になる。

$$\begin{aligned}
 &1 + 1.5 + 2 + 2.5 + \dots + 4.5 + \left(\frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \dots + \frac{8}{9}\right) \\
 &= (1+4.5) \times 8 \times \frac{1}{2} + \frac{36}{9} \\
 &= 22 + 4 = 26
 \end{aligned}$$

【周期で考える問題】

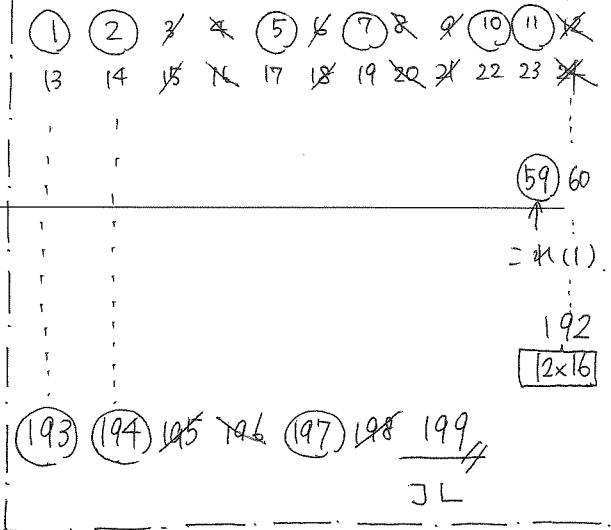
問題番号9-2-①

3と4の倍数を除いた数を小さい順に並べると、次のようになります。最小公倍数の12までに区切って考える

1, 2, 5, 7, 10, 11, 13, 14, 17, ……

(1) 59は何番目の数ですか。

(2) 100番目の数はいくつですか。



(1) 右の図のように1~12までセットとすると、

60は5セット目の最後にある。59はその1つ前。

1セットで残る数(図の○がつく数)は6コずつ。

5セットだと残る数は $6 \times 5 = 30$ 番目

(2) 1セットで6コ残るから

$100 \div 6 = 16$ セット ... 4コ

つまり、100番目の数は17セット目の4番目

問題番号9-2-②

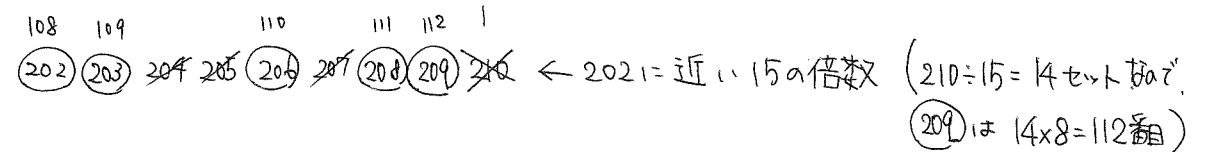
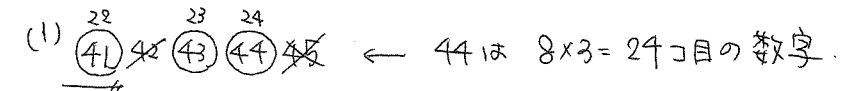
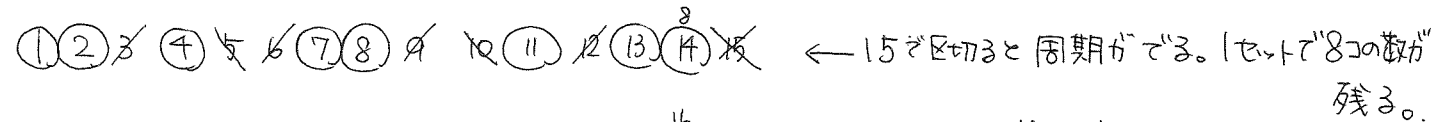
次の数列は1から順に並べた整数から3の倍数と5の倍数を除いたものです

1, 2, 4, 7, 8, 11, 13, 14, 16, 17, ……

(1) この数列の22番目の数は、いくつですか。

41

(2) 202は、この数列の何番目の整数になりますか。



(2) 202は 108 番目

【数表の問題】

問題番号9-3-①

右の図のように1から順に整数を並べていきます。このとき数字の10は2段3列の数と呼ぶことにします。

(1) 75は何段何列の数ですか。

11段5列

(2) 4列目の数を4+11+18+...と、順に15段目の数まで加えると和はいくつになりますか。

$$4+11+18+\dots+102 = (4+102) \times 15 \div 2 = 795$$

(3) 17段目にある7個の数を全て加えると和はいくつになりますか。

$$113+114+\dots+119 = (113+119) \times 7 \div 2 = 812$$

	1列	2列	3列	4列	5列	6列	7列
1段	1	2	3	4	5	6	7
2段	8	9	10	11	12	13	14
3段	15	16	17	18	...		
4段							
...							
10段							70

11段					75	76	77
...							
15段			102				105
16段							112 ← 16×7
17段	113	114	115	116	117	118	119 ← 17×7

問題番号9-3-②

右の図のように1から順に整数を並べていきます。このとき、数字の6は2段3列の数と呼ぶことにします。

(1) 1段10列、10段1列の数をどちらも求めなさい。

(2) 9段11列の数はいくつですか。

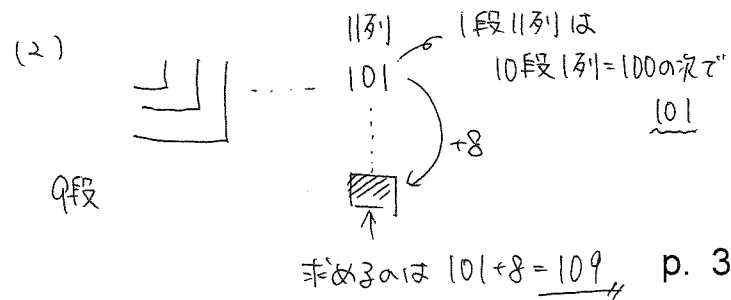
(3) 200は何段何列の数ですか。

	1列	2列	3列	4列	5列	...
1段	①	2	5	10	17	...
2段	④	③	6	11	18	...
3段	⑨	8	7	12
4段	⑬	15	14	13
5段
...

(1) 各段の1列目は $\boxed{\text{段} \times \text{段}}$ の数になる。

1段10列は 9段1列 = $9 \times 9 = 81$ の次で 82

10段1列は $10 \times 10 = 100$



(3) 200に近い $\bigcirc \times \bigcirc$ は $14 \times 14 = 196$.

1列	...	15列
1段		197
		198
		199
		200 ← 4段15列

14段 196

【数表の問題 (のつづき)】

問題番号9-3-③ 挑戦しよう!

右の図のように1から順に整数を並べていきます。このとき、数字の8は2段3列の数と呼ぶことにします。

(1) 1段10列、10段1列の数をどちらも求めなさい。

(2) 6段2列の数はいくつですか。

(3) 100は何段何列の数ですか。

	1列	2列	3列	4列	5列	...
1段	1	2	4	7	11	...
2段	3	5	8	12
3段	6	9	13
4段	10	14
5段	15
...
7段	28

(1) 1段10列は 9段1列 = $1+2+\dots+9=45$ の次で 46

10段1列は $1+2+3+\dots+10=55$

(2) 6段2列は 7段1列 = 28 の1つ前で 27

(3) 3段1列が 91 なので、1段14列が 92

2段13列が 93

3段12列が 94

【パスカルの三角形】

問題番号9-4-①

図のようにあるきまりにしたがって数を並べました。このとき上からA段目、左からB番目の数のことを(A, B)と表すことにします。たとえば(3, 2) = 2、(5, 3) = 6です。

(1) 6段目の数を左から順に書きなさい。

$$1, 5, 10, 10, 5, 1$$

(2) (10, 2) の数はいくつですか。

左から2番目は 1, 2, 3, 4, ... と並ぶので 9

(3) (10, 3) の数はいくつですか。

左から3番目は 1, 3, 6, 10, 15, ... となる三角数 36

(4) 10段目の数をすべて加えると、その和はいくつですか。

和は下にいくと2倍になる。 512

